

正答表

数 学

1		点
[問1]	$2\sqrt{5}$	5
[問2]	$\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}$	5
[問3]	$\frac{7}{18}$	5
[問4]	イ, エ	5
[問5]		5

  

2		点
[問1]	$a = \frac{1}{4}$	7
[問2]	【途中の式や計算など】	10
[問3]	$b = -\frac{1}{6}$	8

$y = \frac{2}{3}x^2$  より,  $A(-3, 6), B(4, \frac{32}{3})$  となる。  
 よって, 2点  $O, B$  を通る直線の式は  $y = \frac{8}{3}x$  となり,  
 点  $P$  の  $x$  座標は 3 であるから, 点  $P$  の座標は  $(3, 8)$   
 また, 直線  $l$  は, 傾きは  $\frac{2}{3}$  で,  $A(-3, 6)$  を通るから,  
 直線  $l$  の式は  $y = \frac{2}{3}x + 8$   
 よって, 直線  $l$  と  $y$  軸との交点の座標は  $(0, 8)$   
 また, 点  $P(3, 8)$  を通り, 傾き  $\frac{2}{3}$  となる直線の式は  $y = \frac{2}{3}x + 6$   
 点  $Q$  は曲線  $f$  上の点であるから,  $Q(t, \frac{2}{3}t^2)$  とおくことができる。  
 また, 直線  $y = \frac{2}{3}x + 6$  上の点でもあるから,  $Q(t, \frac{2}{3}t + 6)$   
 したがって,  $\frac{2}{3}t^2 = \frac{2}{3}t + 6$  を解くと  $t = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$   
 直線  $l$  と  $y$  軸との交点の座標は  $(0, 8)$  であるから,  
 同様に, 点  $(0, 10)$  を通り, 傾き  $\frac{2}{3}$  となる直線の式は  $y = \frac{2}{3}x + 10$   
 点  $Q$  は曲線  $f$  上の点であるから,  $Q(u, \frac{2}{3}u^2)$  とおくことができる。  
 また, 直線  $y = \frac{2}{3}x + 10$  上の点でもあるから,  $Q(u, \frac{2}{3}u + 10)$   
 したがって,  $\frac{2}{3}u^2 = \frac{2}{3}u + 10$  を解くと  $u = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{2}$   
 以上より, 求める  $x$  座標の全ての和は  
 $\frac{1 + \sqrt{37}}{2} + \frac{1 - \sqrt{37}}{2} + \frac{1 + \sqrt{61}}{2} + \frac{1 - \sqrt{61}}{2} = 2$

(答え) 2

3		点
[問1]	$\frac{18}{5}$ cm	7
[問2]	【証明】	10
[問3]	$(3\sqrt{3} - 3)$ $\text{cm}^2$	8

$\triangle ADF$  と  $\triangle CEF$  において,  
 $OA = OC$  より,  $\triangle OAC$  は二等辺三角形だから  
 底角は等しくなり,  $\angle OAC = \angle OCA$   
 すなわち,  $\angle DAF = \angle ECF \dots \textcircled{1}$   
 $\widehat{CD}$  に対する円周角は等しいから,  
 $\angle DEC = \angle DBC \dots \textcircled{2}$   
 また,  $OB = OC$  より  $\triangle OBC$  は二等辺三角形だから  
 底角は等しくなり,  $\angle OBC = \angle OCB \dots \textcircled{3}$   
 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$  より,  
 $\angle DEC = \angle DBC = \angle OBC$   
 $= \angle OCB = \angle ECB$   
 錯角が等しいとき 2 直線は平行だから,  
 $BC \parallel EF$   
 平行線の同位角は等しいから,  
 $\angle ADF = \angle DBC \dots \textcircled{4}$   
 $\textcircled{2}, \textcircled{4}$  より,  
 $\angle ADF = \angle DBC$   
 $= \angle DEC = \angle CEF \dots \textcircled{5}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{5}$  より, 2 組の角がそれぞれ等しいから,  
 $\triangle ADF \sim \triangle CEF$

4		点
[問1]	4 秒後	7
[問2]	【途中の式や計算など】	10
[問3]	7 通り	8

初めに, 点  $P$  が  $m$  秒間動いて停止し,  
 次に点  $P$  が停止した頂点から点  $Q$  が出発し,  
 $n$  秒間動いて停止したとする。  
 ただし,  $m, n$  は自然数である。  
 点  $P, 点 Q$  が合わせて 117 秒間動くので  
 $m + n = 117 \dots \textcircled{1}$   
 点  $P, 点 Q$  が動いた合計の長さは,  $5m + 3n$  であるから,  
 $\textcircled{1}$  を代入して  
 $5m + 3(117 - m) = 351 + 2m$  となる。  
 ここで,  $L = 351 + 2m$  とおくと,  
 正八角形を 50 周以上してから停止するから,  
 $L \geq 50 \times 8 \dots \textcircled{2}$  が成り立つ。  
 $m$  は自然数であることと,  $\textcircled{2}$  より,  $m \geq 25$   
 よって,  $m$  が最も小さいのは  $m = 25$   
 したがって, 点  $P$  は 25 秒間, 点  $Q$  は 92 秒間動く。  
 よって,  $25 \times 5 + 92 \times 3 = 401, 401 = 8 \times 50 + 1$   
 余りが 1 より, 頂点  $B$  に停止する。

(答え) 頂点 B