

正 答 表

数 学

(4-日)

1		点
[問 1]	$\frac{25\sqrt{6}}{6}$	5
[問 2]	$x = 3, \frac{3}{2}$	5
[問 3]	$a = -\frac{1}{3}$	5
[問 4]	$\frac{3}{8}$	5
[問 5] 解答例		5

2		点
[問 1]	$(-\sqrt{2}p, 2p^2)$	7
[問 2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
[問 3]	$4a + 4 \text{ cm}^2$	8

A(-1, 1), F(2, 4)より
直線 AF の傾きは $\frac{4-1}{2-(-1)} = 1$
直線 AF の方程式を $y = x + m$ とすると、
点 A(-1, 1) を通るから
 $1 = -1 + m \quad m = 2$
よって直線 AF の方程式は
 $y = x + 2 \quad \dots\dots ①$
一方、B(1, 1), D(-1, 4)より
直線 BD の傾きは $\frac{4-1}{-1-1} = -\frac{3}{2}$
直線 BD の方程式を $y = -\frac{3}{2}x + n$ とすると、
点 B(1, 1) を通るから
 $1 = -\frac{3}{2} + n \quad n = \frac{5}{2}$
よって、直線 BD の方程式は
 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \quad \dots\dots ②$
①, ②より
 $x + 2 = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \quad x = \frac{1}{5}$
①より $y = \frac{1}{5} + 2 = \frac{11}{5}$
よって $G(\frac{1}{5}, \frac{11}{5})$

(答え) $(\frac{1}{5}, \frac{11}{5})$

3		点
[問 1]	22 度	7
[問 2] 解答例	【証明】	10
[問 3]	DG : GF = 3 : 1	8

半円の弧に対する円周角は 90° だから
 $\angle ACB = 90^\circ$
 $\widehat{AD} = \widehat{DC}$ より $\angle AOD = \angle COD$
二等辺三角形の頂角の二等分線は
底辺を垂直に 2 等分するから
 $\angle DEG = 90^\circ$
よって、 $\angle ACB = \angle DEG \quad \dots\dots ①$
 \widehat{AC} に対する中心角は円周角の 2 倍だから
 $\angle COD = \frac{1}{2} \angle COA = \angle CBA$
 $\angle FOD = \angle CBA \quad \dots\dots ②$
一方、 $\triangle DFO$ と $\triangle DEG$ において
 $\angle DFO = \angle DEG = 90^\circ$
 $\angle FDO = \angle EDG$ (共通)
 $\angle FOD = 180^\circ - \angle DFO - \angle FDO$
 $\angle EGD = 180^\circ - \angle DEG - \angle EDG$
よって、 $\angle FOD = \angle EGD \quad \dots\dots ③$
②, ③より、 $\angle CBA = \angle EGD \quad \dots\dots ④$
①, ④より、2 組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \sim \triangle DGE$

4		点
[問 1]	$\frac{1}{8}S \text{ cm}$	7
[問 2] 解答例	(1) 【途中の式や計算など】	10
[問 2]	(2) $\frac{\sqrt{2}}{4}S \text{ cm}^2$	8

$BO = \frac{1}{2}BD = 6$
 $\triangle ACE$ と $\triangle BCE$ において
仮定より $BC = AC = AE$
四角形 BCDE はひし形だから $BC = BE$
よって $AC = AE = BC = BE$
辺 CE が共通より、3 組の辺がそれぞれ等しいので
 $\triangle ACE \equiv \triangle BCE \quad \dots\dots ①$
 $\triangle ACO$ と $\triangle BCO$ において
仮定より $AC = BC$
①より $\angle ACO = \angle BCO$
辺 CO が共通より
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ACO \equiv \triangle BCO$
よって $AO = BO = 6$
点 P から直線 BD に垂線を引き、
直線 BD との交点を Q とすると、
 $\angle PQB = 90^\circ$ であり、 $\angle AOB = 90^\circ$ より $PQ \parallel AO$
 $AP : BP = 1 : 2$ より
 $PQ : AO = BP : AB = 2 : 3$
よって $PQ = \frac{2}{3}AO = 4$
 $\triangle BCO$ に三平方の定理を用いて
 $BC^2 = CO^2 + BO^2 \quad 8^2 = CO^2 + 6^2$
 $CO > 0$ より $CO = 2\sqrt{7}$
よって $S = 12 \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{2} \times 2 = 24\sqrt{7}$
したがって、体積 V は $V = \frac{1}{3} \times PQ \times S = 32\sqrt{7} \text{ (cm}^3\text{)}$

(答え) $32\sqrt{7} \text{ cm}^3$