

正答表

数 学

(3-西)

1		点
[問 1]	$-\frac{1}{9}$	5
[問 2]	$x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$	5
[問 3]	$\frac{1}{5}$	5
[問 4]	52 度	5
[問 5] 解答例		5

2		点
[問 1] (1)	$t = -1 + \sqrt{5}$	7
[問 1] (2) 解答例	【途中の式や計算など】 $P(t, \frac{1}{2}t^2), Q(-t, \frac{1}{2}t^2), A(3, \frac{9}{2}), B(-3, \frac{9}{2})$ である。 $\triangle ABD$ と $\triangle CPD$ の相似比が8:1より、 $PC = 6 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$ (cm)となるので、 $C(t - \frac{3}{4}, \frac{1}{2}t^2)$ と表せる。2点O、Aを通る直線の式は $y = \frac{3}{2}x$ であり、点Cはこの直線上の点であることから、 $\frac{1}{2}t^2 = \frac{3}{2}(t - \frac{3}{4})$ $4t^2 - 12t + 9 = 0 \quad \therefore t = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 4 \times 9}}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ よって $P(\frac{3}{2}, \frac{9}{8})$ となる。 そこで、2点B、Pを通る直線の式を $y = mx + n$ とおくと $\begin{cases} \frac{3}{2}m + n = \frac{9}{8} \\ -3m + n = \frac{9}{2} \end{cases}$ これを解いて、 $m = -\frac{3}{4}, n = \frac{9}{4}$ 2点B、Pを通る直線の式は、 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ である。 したがって、点Dは直線 $y = \frac{3}{2}x$ と直線 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ との交点であるから、 連立方程式を解いて、 $x = 1, y = \frac{3}{2}$ (答え) $D(1, \frac{3}{2})$	10
[問 2]	$y = \frac{1}{4}x + 1$	8

3		点
[問 1]	90 度	7
[問 2] 解答例	【証明】 頂点Aと頂点Cを結ぶと、 仮定より点Iは対角線AC上にある。 $\triangle AIE$ と $\triangle CIG$ において、 点Iは、平行四辺形ABCDの対角線の交点より、 $AI = CI \dots ①$ 対頂角は等しいから、 $\angle AIE = \angle CIG \dots ②$ 平行四辺形の対辺なので、 $AB // DC \dots ③$ $③$ より、錯角は等しいので、 $\angle EAI = \angle GCI \dots ④$ $①, ②, ④$ より、 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AIE \equiv \triangle CIG$ 合同な図形の対応する線分の長さは等しいので、 $EI = GI \dots ⑤$ 頂点Bと頂点Dを結ぶと、 仮定より点Iは対角線BD上にある。 $\triangle BIF$ と $\triangle DIH$ において、 同様に、 $\triangle BIF \equiv \triangle DIH$ であるから、 $FI = HI \dots ⑥$ 四角形EFGHにおいて、 $⑤, ⑥$ より、対角線がそれぞれの中点で交わるので、 四角形EFGHは平行四辺形である。	10
[問 3]	HI : IF = $(m+2) : (4-m)$	8

4		点
[問 1]	12	7
[問 2] 解答例	【説明】 $N = x + y$ について、 $xy = m^2 - n^2$ より $xy = (m+n)(m-n)$ $x, y, m, n$ は自然数で、 $xy > 0, m+n > 0$ なので $m-n > 0$ となる。 また、 $m+n > m-n$ である。 $x > y$ なので、 $x = m+n \dots ① \quad y = m-n \dots ②$ とすると $① + ②$ より $m = \frac{x+y}{2}$ $① - ②$ より $n = \frac{x-y}{2}$ ここで、 $m, n$ が自然数となるには $x+y$ と $x-y$ がともに偶数と ならなければならない。 $x+y$ と $x-y$ がともに偶数となるのは【表】より $x$ と $y$ がどちらも偶数か、どちらも奇数の 場合である。 このとき、 $N = x+y$ より、 $N$ は偶数となる。	10
[問 3]	10 組	8