

正答表

数 学

1		点
[問 1]	$\frac{11}{5}$	5
[問 2]	$x = \frac{-5 \pm \sqrt{10}}{3}$	5
[問 3]	$\frac{7}{36}$	5
[問 4]	$x=7, y=3$	5
[問 5] 解答例		5

2		点
[問 1]	$y = -x + \frac{3}{2}$	7
[問 2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
[問 3]	$a = 1$	8

点 B の x 座標が 1, 点 E の x 座標が 3 なので, 点 B の座標は $(1, a)$, 点 E の座標は $(3, 9a)$. 点 E から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点を H とすると, H の座標は $(3, 0)$ となる.

したがって,
 $(\triangle BEO \text{の面積}) = (\triangle OHE \text{の面積}) - (\triangle OHB \text{面積}) - (\triangle BHE \text{の面積})$ より
 $(\triangle BEO \text{の面積}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 9a - \frac{1}{2} \times 3 \times a - \frac{1}{2} \times 9a \times 2 = 3a \text{ cm}^2$

条件より, $\triangle ABF$ の面積も $3a \text{ cm}^2$ となる. ... ①
 $\triangle ABF$ において, 辺 AB の長さは 2 cm である.
 よって, 辺 AB を底辺としたときの $\triangle ABF$ の高さを $h \text{ cm}$ とおくと, ①より $\frac{1}{2} \times 2 \times h = 3a$
 $h = 3a$
 よって, 点 F の y 座標は $a + 3a = 4a$ となる.
 点 F の x 座標を t とすると, 点 F は曲線 $y = ax^2$ 上の点なので, $4a = at^2$
 $a \neq 0$ より両辺を a で割ると, $4 = t^2$
 点 F の x 座標は負より, $t = -2$
 点 F の x 座標は -2

(答え) -2

3		点
[問 1]	$3\sqrt{2} \text{ cm}^2$	7
[問 2] 解答例	【証明】	10
[問 3]	$152\pi \text{ cm}^3$	8

$\triangle ABD$ と $\triangle DGE$ において,
 仮定より $DA = ED$ ①
 $AD^2 + BD^2 = AB^2$ より,
 三平方の定理の逆を用いて,
 $\triangle ABD$ は辺 AB を斜辺とする直角三角形である.
 よって, $\angle ADB = 90^\circ$ ②
 線分 GE が, 円 D の点 E における接線なので,
 $\angle DEG = 90^\circ$... ③
 ②, ③より, $\angle ADB = \angle DEG = 90^\circ$ ④
 $\angle AFD = \angle ABC = 90^\circ$ より, $FD \parallel BC$ ⑤
 ⑤より, 同位角は等しいので,
 $\angle ACB = \angle ADF$ ⑥
 $\triangle ABC$ の内角の和と $\angle ABC = 90^\circ$ より,
 $\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + \angle ACB)$
 $= 90^\circ - \angle ACB$
 $\angle BAD = 90^\circ - \angle ACB$ ⑦
 ②より, $\angle GDE = 90^\circ - \angle ADF$ ⑧
 ⑥, ⑦, ⑧より, $\angle BAD = \angle GDE$ ⑨
 ①, ④, ⑨より,
 一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,
 $\triangle ABD \cong \triangle DGE$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しいので,
 $AB = DG$

(証明終)

4		点
[問 1]	8	7
[問 2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
[問 3]	$(e, g) = (33, 271)$	8

$8 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2$ で
 $2 \times 2 \times 2 \rightarrow 2 \times 2 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ なので,
 $N(8) = N(2^3) = 3$... ①となる.
 また $8 \times d \rightarrow 4 \times d \rightarrow 2 \times d \rightarrow d \rightarrow \dots \rightarrow 1$ なので
 $N(8 \times d) = N(8) + N(d)$... ②となる.
 ①②より $N(8 \times d) = 3 + N(d)$
 ①②と同様にして,
 $N(168) = N(2^3 \times 21) = N(2^3) + N(21) = 3 + N(21)$
 ここで, $21 \rightarrow 64 \rightarrow \dots \rightarrow 1$ となるので
 $N(21) = 1 + N(64) = 1 + N(2^6)$
 ここで①と同様にして, $N(2^6) = 6$ となる.
 したがって,
 $N(21) = 1 + 6 = 7$
 ゆえに,
 $N(168) = 3 + 7 = 10$
 したがって, $N(168) - N(8 \times d) = 3$ は
 $10 - (3 + N(d)) = 3$ となるので,
 $N(d) = 4$... ③
 ここで自然数の変化を 1 から逆にたどっていくと,
 $1 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 8 \leftarrow 16$ または $1 \leftarrow 2 \leftarrow 4 \leftarrow 1 \leftarrow 2$
 となり, 初めて 1 になるまでの操作の回数を
 $N(a)$ としたので, ③を満たす自然数 d は
 1 個しかなく, $d = 16$ である.

(答え) $d = 16$