

1		点
[問1]	$9\sqrt{3}$	5
[問2]	$x = 5, y = 7$	5
[問3]	23 個	5
[問4]	$\frac{2}{5}$	5
[問5] 解答例		7

2		点
[問1]	$(5, \frac{25}{4})$	7
[問2]	$b = \frac{5}{3}$	7
[問3] 解答例	【途中の式や計算など】	11

点Qは曲線f上にあるから、  
 点Qのy座標は  $3\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}$   
 よって、点Qの座標は  $(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$  である。

点Qは直線l上にあるから、  
 $x = \frac{2}{3}, y = \frac{4}{3}$  を  $y = \frac{1}{2}x + b$  に代入して、  
 $\frac{4}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + b$   
 よって、 $b = 1$  となり、直線lの式は  $y = \frac{1}{2}x + 1$  である。

点Rは直線l上にあり、y座標がcであるから、  
 点Rのx座標は  $c = \frac{1}{2}x + 1$  を解いて  $x = 2c - 2$   
 よって、点Rの座標は  $(2c - 2, c)$  である。

また、直線mの式は、原点とQ  $(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$  を通ること  
 から、 $y = 2x$  である。

点Sは直線m上にあり、y座標がcであるから、  
 点Sのx座標は  $c = 2x$  を解いて  $x = \frac{1}{2}c$   
 よって、点Sの座標は  $(\frac{1}{2}c, c)$  である。

点Aのy座標が1、点Pのx座標が  $-\frac{1}{2}$  であるから、  
 $\Delta OQP = \frac{1}{2} \times 1 \times \left[ \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) \right] = \frac{7}{12}$   
 $\Delta QRS = \frac{1}{2} \times \left(2c - 2 - \frac{1}{2}c\right) \times \left(c - \frac{4}{3}\right)$   
 $= \frac{3}{4}c^2 - 2c + \frac{4}{3}$

$\Delta OQP$  と  $\Delta QRS$  の面積が等しいので、  
 $\frac{7}{12} = \frac{3}{4}c^2 - 2c + \frac{4}{3}$  整理すると  $3c^2 - 8c + 3 = 0$   
 よって、 $c = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3} = \frac{4 \pm \sqrt{7}}{3}$   
 cの値は、点Qのy座標  $\frac{4}{3}$  より大きいので、  
 $c = \frac{4 + \sqrt{7}}{3}$

(答え)  $c = \frac{4 + \sqrt{7}}{3}$

3		点
[問1] 解答例	【証明】	10
[問2]	(1) $8\sqrt{3}$ cm	7
	(2) $\frac{40\sqrt{3}}{3}$ cm <sup>2</sup>	7

四角形ABCDはひし形であるから、  
 $AB = AD = BC = DC$  ……①  
 よって、 $\Delta ABD$  は  $AB = AD$  の二等辺三角形である。  
 したがって、 $\angle ABD = \angle ADB$   
 また、 $\angle DAB = 60^\circ$  であるから、  
 $\angle ABD = \angle ADB = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$   
 よって、 $EF \parallel AD$ 、 $\angle DAB = 60^\circ$  より、 $\angle FEA = 60^\circ$   
 $AF \parallel BD$ 、 $\angle ABD = 60^\circ$  より、 $\angle EAF = 60^\circ$   
 $\angle FEA = \angle EAF = 60^\circ$  であるから、 $\angle AFE = 60^\circ$   
 したがって、 $\Delta FEA$  は正三角形である。……②

$\Delta ABF$  と  $\Delta ADE$  において、  
 ①より、 $AB = AD$  ……③  
 ②より、 $AF = AE$  ……④  
 また、 $\angle FAB = 180^\circ - \angle EAF = 120^\circ$   
 $\angle EAD = 180^\circ - \angle DAB = 120^\circ$   
 よって、 $\angle FAB = \angle EAD$  ……⑤  
 ③、④、⑤より、対応する2組の辺とその間の角が  
 それぞれ等しいから、  
 $\Delta ABF \equiv \Delta ADE$   
 したがって、 $\angle ABF = \angle ADE$

4		点
[問1]	$2\sqrt{22}$ cm	7
[問2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
[問3]	(答え) $18(1 + \sqrt{2} + \sqrt{5})$ cm <sup>2</sup>	
	180 cm <sup>3</sup>	7

点Pが辺CD上にあるとき、  
 $\Delta PEF = \frac{1}{2} \times EF \times CF = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$   
 $\Delta PGH = \frac{1}{2} \times GH \times CG = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$   
 $\Delta PFG + \Delta PHE = \frac{1}{2} \times FG \times PG + \frac{1}{2} \times HE \times PH$   
 $= \frac{1}{2} \times 6 \times PG + \frac{1}{2} \times 6 \times PH$   
 $= 3(PG + PH)$

したがって、四角すいP-EFGHの側面積は、  
 $18 + 18\sqrt{2} + 3(PG + PH)$

ここで、右図のように、  
 正方形CDHGと合同な  
 正方形CDH'G'をかくと、  
 $PG = PG'$  であるから、  
 $PG + PH = PG' + PH$   
 $PG' + PH$ の値が最も小さく  
 なるのは、3点H, P, G'が  
 一直線上にあるときで、  
 このとき、  
 $PG' + PH = HG' = \sqrt{HG^2 + GG'^2}$   
 $= \sqrt{6^2 + 12^2}$   
 $= 6\sqrt{5}$

よって、側面積が最も小さくなる場合の側面積の値は、  
 $18 + 18\sqrt{2} + 3 \times 6\sqrt{5} = 18(1 + \sqrt{2} + \sqrt{5})$  (cm<sup>2</sup>)

※ 黒い欄には、記入しないこと

小計1	小計2	小計3	小計4	合計得点	受検番号