

## 正 答 表

## 数 学

(30-青)

1		点
[問1]	0	5
[問2]	$x=2, -\frac{4}{3}$	5
[問3]	$n=194$	5
[問4]	$\frac{17}{18}$	5
[問5]		5

[解答例]

2		点
[問1]	(1) $(\frac{4}{3}, -\frac{8}{3})$	7
[問1]	(2) 【途中の式や計算など】	10

[解答例]

点Bを通りx軸に平行な直線を引き、直線ADとの交点をHとする。

四角形ABCDがひし形になるとき、  
 $AB=BC=8$   
直線 $\ell$ の傾きが2であるから、 $BH=t$ とおくと、  
 $AH=2t$   
 $\triangle ABH$ は $\angle H=90^\circ$ の直角三角形だから、  
三平方の定理より、  
 $t^2+(2t)^2=8^2$   
整理して、  
 $5t^2=64$   
 $t>0$ より、 $t=\frac{8\sqrt{5}}{5}$   
 $AH=2 \times \frac{8\sqrt{5}}{5} = \frac{16\sqrt{5}}{5}$   
点Hのy座標は4であるから、  
 $A\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}, 4+\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)$   
点Aは曲線f上にあるから、  
 $a\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 4 + \frac{16\sqrt{5}}{5} = \frac{20+16\sqrt{5}}{5}$   
よって、 $a = \frac{20+16\sqrt{5}}{64} = \frac{5+4\sqrt{5}}{16}$

(答え)  $a = \frac{5+4\sqrt{5}}{16}$

[問2] 6 倍 8

3		点
[問1]	16	cm 7
[問2]	$\frac{a}{4}$	度 8

[解答例]

【選んだ1組の三角形】  
 $\triangle OAB$ と $\triangle HAO$

【相似であることの証明】

辺ABと円の接点をEとする。  
辺AB, 辺ADは円に接するので、  
 $\angle OHA = \angle OEA = 90^\circ \dots ①$   
円の半径なので、 $OH=OE$   
点Oは辺AB, 辺ADから等距離にあるので、  
線分OAは $\angle BAD$ の二等分線である。  
したがって、 $\angle OAB = \angle OAD = \angle HAO \dots ②$   
同様にして、線分OBは $\angle ABC$ の二等分線なので、  
 $\angle OBA = \angle OBC \dots ③$   
四角形ABCDは台形なので、  
 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$   
ここで、②, ③より、  
 $\angle DAB = \angle OAD + \angle OAB = 2 \times \angle OAB$   
 $\angle ABC = \angle OBA + \angle OBC = 2 \times \angle OBA$   
となるので、 $\angle OAB + \angle OBA = 90^\circ$   
したがって、  
 $\angle BOA = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA)$   
 $= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \dots ④$   
となり、①, ④より、  
 $\angle BOA = \angle OHA \dots ⑤$   
よって、 $\triangle OAB$ と $\triangle HAO$ において、②, ⑤より、  
対応する2組の角の大きさがそれぞれ等しいので、  
 $\triangle OAB \sim \triangle HAO$  図

※ $\triangle ODC$ と $\triangle HDO$ についても同様に証明できる。

4		点
[問1]	$\ell=2\sqrt{39}$	7
[問2]	(1) 【途中の式や計算など】	10

[解答例]

$DN=x$ とおく。  
 $\triangle CDN$ は、 $\angle D=90^\circ$ の直角三角形だから、  
三平方の定理より、  
 $CN^2 = x^2 + 2^2 = x^2 + 4 \dots ①$   
点Nから辺AGに垂線NSを下ろすと、  
 $AS=DN$ より、 $MS=x-6$   
 $\triangle MNS$ は、 $\angle S=90^\circ$ の直角三角形だから、  
三平方の定理より、  
 $MN^2 = (6-x)^2 + 4^2 = x^2 - 12x + 52 \dots ②$   
 $MN^2 = CN^2$ であるから、①, ②より、  
 $x^2 - 12x + 52 = x^2 + 4$   
これを解いて、 $x=4$   
 $MN = CN = 2\sqrt{5} \dots ③$   
 $\triangle ACM$ は、 $\angle A=90^\circ$ の直角三角形だから、  
三平方の定理より、  
 $CM^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = 48$   
 $CM > 0$ より、 $CM = 4\sqrt{3} \dots ④$   
③, ④より、  
 $\triangle CMN$ は、 $CM=4\sqrt{3}$ ,  $MN=CN=2\sqrt{5}$   
の二等辺三角形である。  
 $\triangle CMN$ の頂点Nから辺CMに垂線NTを下ろすと、  
Tは線分CMの中点であり、 $\angle CTN=90^\circ$ であるから、  
 $\triangle CNT$ において三平方の定理より、  
 $NT^2 = (2\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 8$   
 $NT > 0$ より、 $NT = 2\sqrt{2}$   
よって、 $\triangle CMN$ の面積は、  
 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6} (\text{cm}^2)$

(答え)  $4\sqrt{6} \text{ cm}^2$

[問2] (2)  $\frac{24\sqrt{3}}{7} \text{ cm}^3$  8

小計[1]	小計[2]	小計[3]	小計[4]
-------	-------	-------	-------

受 檢 番 号	合 計 得 点
---------	---------

※ ■の欄には、記入しないこと