

数 学

1		点
[問 1]	$5 + \sqrt{3}$	5
[問 2]	$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$	5
[問 3]	4 個	5
[問 4]	$\frac{5}{16}$	5
[問 5] 解答例		5

※ 〇の欄には、記入しないこと

小計	1	小計	2	小計	3	小計	4

2		点
[問 1]	$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$	7
[問 2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
[問 3]	$a = \frac{3}{7}$	8

点 A、点 B、点 C の座標を a と t を用いて表すと、
 $A(2t, 4at^2)$, $B(-t, at^2)$, $C(2t, -t^2)$
 辺 AC の中点を D とすると、 $AC \parallel y$ 軸 より、
 $D(2t, d)$ と表せる。 $AD=DC$ より、
 $4at^2 - d = d - (-t^2)$
 $d = \frac{4a-1}{2}t^2$
 よって、 $D(2t, \frac{4a-1}{2}t^2)$
 $BD \parallel x$ 軸より、点 B と点 D の y 座標は等しいから、
 $at^2 = \frac{4a-1}{2}t^2$
 $t^2 \times \frac{-2a+1}{2} = 0$
 $t^2 \neq 0$ より、 $\frac{-2a+1}{2} = 0$
 よって、 $a = \frac{1}{2}$
 したがって、 $A(2t, 2t^2)$, $B(-t, \frac{1}{2}t^2)$, $D(2t, \frac{1}{2}t^2)$
 $\triangle ABD$ は $\angle BDA = 90^\circ$ の直角二等辺三角形であるから、
 $BD = AD$ より、 $2t - (-t) = 2t^2 - \frac{1}{2}t^2$
 整理して、 $t(t-2) = 0$
 よって、 $t = 0, 2$
 $t > 0$ より、 $t = 2$

(答え) $t = 2$

合計得点		受検番号

3		点
[問 1]	27 度	7
[問 2] 解答例	(1) 【証明】	10
[問 2]	(2) 6 cm	8

$\triangle OCB$ と $\triangle ABF$ において、
 直線 BC は円 O の接線であるから、
 $\angle CBO = 90^\circ$
 線分 AB は円 O の直径であるから、
 $\angle BFA = 90^\circ$
 よって、 $\angle CBO = \angle BFA \dots\dots ①$
 また、 $\widehat{BD} = \widehat{DE}$ より、
 $\angle BOC = \angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOE \dots\dots ②$
 円周角の定理より、
 $\angle BFE = \frac{1}{2} \angle BOE \dots\dots ③$
 ②、③より、
 $\angle BOC = \angle BFE \dots\dots ④$
 線分 AB と線分 EF の交点を G とすると、
 $EF \parallel CB$, $\angle CBO = 90^\circ$ より、 $\angle BGF = 90^\circ$
 $\triangle OCB$ と $\triangle FBG$ において、
 $\angle OCB = 90^\circ - \angle BOC \dots\dots ⑤$
 $\angle FBG = 90^\circ - \angle BFG = 90^\circ - \angle BFE \dots\dots ⑥$
 ④、⑤、⑥より、
 $\angle OCB = \angle FBG = \angle ABF \dots\dots ⑦$
 ①、⑦より、2組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle OCB \sim \triangle ABF$

4		点
[問 1]	$a = 2\sqrt{3}$	7
[問 2] 解答例	【途中の式や計算など】	10
[問 3]	$\frac{8\sqrt{21}}{5} \text{ cm}^3$	8

$EP = x \text{ cm}$ とすると、
 $S = \frac{1}{2}(a + (a-x)) \cdot 5 = \frac{5}{2}(2a-x)$
 $T = \frac{1}{2}(a+x) \cdot 5 = \frac{5}{2}(a+x)$
 $U = \frac{1}{2}a \cdot 4 = 2a$
 $S : T = 5 : 4$ のとき、
 $\frac{5}{2}(2a-x) : \frac{5}{2}(a+x) = 5 : 4$ より、
 $(2a-x) : (a+x) = 5 : 4$
 よって、 $4(2a-x) = 5(a+x)$ より、 $x = \frac{a}{3}$
 このとき、 $T = \frac{5}{2}(a + \frac{a}{3}) = \frac{10}{3}a$
 したがって、 $T : U = \frac{10}{3}a : 2a = 5 : 3$

(答え) $T : U = 5 : 3$